УДК 681.324

А.И. Сухинов, В.В. Кривша, С.А. Бутенков
Технологический институт Южного федерального университета, г. Таганрог, Россия
saab@tsure.ru

Систематизация топологических отношений для интеллектуального анализа многомерных данных

В работе рассматривается систематический подход к проблеме построения топологических отношений между объектами, представленными подмножествами многомерных данных в условиях неточности, нечеткости и т.д. Подобные задачи типичны для обработки изображений, данных ГИС и т.д.; развивается алгебраический подход к моделированию таких объектов и вводятся системы отношений между подобными объектами на основе инкапсулирующих гранул. В отличие от ранее полученных результатов, применение инкапсулирующих гранул позволяет строить полный набор отношений между объектами в пространстве произвольной размерности. Это дает возможность реализации концепции мягких вычислений на множестве геометрических объектов – вычисления фигурами (по аналогии с вычислениями словами, введенными L. Zadeh).

Введение

Задача построения метрических пространств лежит в основе современной алгебры. Имеется значительное число подходов к построению функций, обладающих свойствами метрики над заданными множествами объектов [1]. Введение метрики является основой кластеризации, классификации и многих других интеллектуальных операций над данными [2], [3]. В большинстве классических подходов объекты представляются в виде точек некоторого метрического пространства [4]. Однако необходимость применения математических методов в условиях неточности, неопределенности и других факторов, которым А.С. Нариньяни дал общее название НЕ-факторов [5], приводит к необходимости усложнения формализации понятия объекта метрического пространства. Одним из возможных подходов к решению этой задачи является подход, введенный в наших работах, и основанный на оптимальном покрытии подмножеств данных, соотносимых с объектами интереса, регулярными геометрическими объектами [6]. Этот метод развивает общие положения нового подхода к интеллектуализации манипулирования данными, который L. Zadeh назвал *теорией информационной грануляции* (ТИГ) [7-9]. Основы построения подобных моделей изложены в работе [10]. Нами введены единые алгебраизированные модели представления подмножеств пространств с разными системами координат в виде покрытий выпуклыми элементами произвольной размерности (гранулами в терминологии L. Zadeh). Подобный метод позволяет в полной мере реализовать преимущества техники мягких вычислений в области геометрии, названные нами *вычисления фигурами* [6] по аналогии с *вычислениями словами* [9], введенными L. Zadeh. В частности, в работах [10], [11] показано, что развиваемый подход позволяет унифицировать структуру всех обработчиков многомерных данных на основе единого алгоритмического «ядра», реализующего топологические отношения на множестве покрытий данных выпуклыми гранулами. В [11] показано, что практически любая интел-

лектуальная обработка многомерных данных в декартовых координатах может выполняться с использованием всего лишь двух (!) топологических отношений. Однако введенные в [10] новые модели для гранулирования многомерных данных требуют дальнейшего развития этого перспективного подхода.

Целью данной работы является распространение основных результатов введения алгебраизированных моделей многомерных данных на систематическое изучение возможных отношений между пространственными объектами, представленными в гранулированной форме. Введение полной системы топологических отношений, не зависящих от размерности обрабатываемых данных, позволит предельно упростить состав систем интеллектуальной обработки данных за счет использования малого числа отношений и алгоритмов их обработки. Эти задачи позволяют практически реализовать все преимущества ТИГ и методов мягких вычислений для общего случая обработки многомерных данных.

Наличие различных значительно отличающихся подходов к представлению данных при действии НЕ-факторов связано с тем, что в этом случае объекты интереса уже не могут представляться в виде точки метрического пространства [1]. Необходим иной математический аппарат, позволяющий формализовать, учесть и скомпенсировать (по возможности) действие НЕ-факторов [3]. Кроме того, объекты интереса, подлежащие обработке, часто имеют различную размерность (точки, линии, или объекты более высокой размерности). Наконец, в ГИС встречаются объекты, представление которых задается фрактальной размерностью [12]. С этой точки зрения задача построения отношений между подобными объектами является некорректно поставленной [13].

В ряде работ, связанных с реализацией методов ТИГ ([6], [10], [11], [14], [15] и др.), был введен математический аппарат представления плохо определенных (в силу различных причин [8], [9]) данных в виде покрытий регулярными структурами (информационными гранулами). Исследование и внедрение этого подхода показали его практические преимущества перед другими подходами, направленными на решение сходных задач [12], [13], [16], [17].

Основой такого подхода является алгебраическая модель декартовой гранулы, позволяющая компактно кодировать геометрическую информацию в виде матриц специального вида, которые F. Klein назвал «грассмановыми элементами» [6]. Например, для плоскости можно записать матрицу грассманова элемента в виде:

$$g(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

На основе таких элементов F. Klein построил полную геометрическую теорию для плоскости и пространства [10]. В [10] были введены грассмановы модели для выпуклых геометрических элементов данных (гранул в терминологии L. Zadeh) в различных ортогональных системах координат.

Инкапсулирующие гранулы и их грассмановы модели

Важность понятия декартовой гранулы в ТИГ в большой степени связано с ее ролью в процессе, называемом инкапсуляцией информации [7]. Рассмотрим гранулу G, для которой G_x и G_y обозначают проекции G на U и V областей X и Y соответственно (рис. 1).

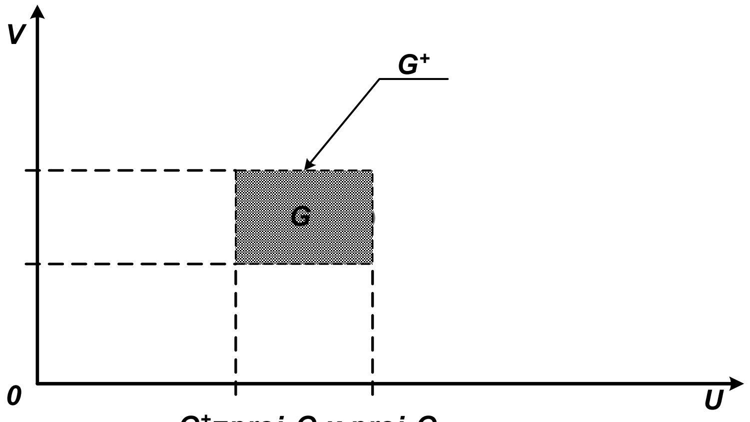


Рисунок 1 – Гранула G , ее проекции и инкапсулирующая гранула G^{+}

Таким образом, $\mu_{G_x}(u)=\sup_v \mu_G(u,v), \quad u\in U, v\in V$, $\mu_{G_y}(v)=\sup_u \mu_G(u,v)$. Тогда декартова гранула G^{+} , определяемая как

$$G^{+}=G_x\times G_y\,, \qquad (2)$$

инкапсулирует исходную произвольную гранулу G в том смысле, что является точной верхней гранью декартовых гранул, которые содержат G (рис. 1). Таким образом, G^{+} может использоваться как верхняя аппроксимация G [8]. В более общей постановке мы можем построить цилиндрическое расширение G [8].

С понятием инкапсулирующей гранулы тесно связано фундаментальное понятие аппроксимирующего графа отношения. Согласно [7], граф на плоском множестве задается как $f^{*}=A_1^x\times A_1^y+...+A_n^x\times A_n^y=\sum_i A_i^x\times A_i^x, \quad i=1,...,n$, где операция «+» означает дизъюнкцию в широком смысле слова [9]. Отметим, что в настоящей работе речь идет о декартовых координатах в отличие от лингвистических переменных.

В дальнейших обозначениях для удобства индексации будем обозначать инкапсулирующую гранулу как G_{+} . В наших работах ([6], [10], [11], [14], [15] и др.) введена рабочая формула, позволяющая на основе грассмановой модели (1) записать модель инкапсулирующей гранулы G_{+} для двух произвольных гранул $g^i(x_1^i,x_2^i,x_3^i,y_1^i,y_2^i,y_3^i)$ и $g^j(x_1^j,x_2^j,x_3^j,y_1^j,y_2^j,y_3^j)$ в виде:

$$G_{+}(g^i,g^j)=\begin{pmatrix}\min(x_1^i,x_1^j) & \min(y_1^i,y_1^j) & 1\\ \max(x_2^i,x_2^j) & \max(y_2^i,y_2^j) & 1\\ \max(x_3^i,x_3^j) & \min(y_3^i,y_3^j) & 1\end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Исходя из принципа исчерпывания площади грассманова элемента [10], мы можем также получить аналогичные выражения и для криволинейных гранул, например, для гранул в полярных координатах:

$$G_{+}^{Polar}(g^i,g^j)=\begin{pmatrix}\min(\rho_1^i,\rho_1^j) & \max(\rho_2^i,\rho_2^j) & 0\\ \min(\varphi_1^i,\varphi_1^j)\max(\rho_2^i,\rho_2^j) & \min(\varphi_1^i,\varphi_1^j)\min(\rho_1^i,\rho_1^j) & 1\\ \max(\varphi_2^i,\varphi_2^j)\max(\rho_2^i,\rho_2^j) & \max(\varphi_2^i,\varphi_2^j)\min(\rho_1^i,\rho_1^j) & 1\end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Для пространственных гранул $g^i(x^i_1, x^i_2, x^i_3, x^i_4, y^i_1, y^i_2, y^i_3, y^i_4, z^i_1, z^i_2, z^i_3, z^i_4)$ и $g^j(x^j_1, x^j_2, x^j_3, x^j_4, y^j_1, y^j_2, y^j_3, y^j_4, z^j_1, z^j_2, z^j_3, z^j_4)$ мы по [10] получаем грассманову модель инкапсулирующей гранулы в виде:

$$G_+(g^i, g^j) = \begin{pmatrix} \min(x^i_1, x^j_1) & \min(y^i_1, y^j_1) & \min(z^i_1, z^j_1) & 1 \\ \max(x^i_2, x^j_2) & \max(y^i_2, y^j_2) & \max(z^i_2, z^j_2) & 1 \\ \min(x^i_3, x^j_3) & \min(y^i_3, y^j_3) & \min(z^i_3, z^j_3) & 1 \\ \max(x^i_4, x^j_4) & \max(y^i_4, y^j_4) & \max(z^i_4, z^j_4) & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Наконец, используя преобразование к ортогональным системам, мы можем получить сходные с (5) алгебраические модели для недекартовых систем координат. По результатам [10] для цилиндрической системы координат вводится следующая модель инкапсулирующей гранулы:

$$G^{Cyl}_+(g^i, g^j) = \begin{pmatrix} \min(z^i_1, z^j_1) & \max(z^i_2, z^j_2) & 0 & 0 \\ \max(\rho^i_2, \rho^j_2) & \min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\rho^i_1, \rho^j_1) & 0 \\ \min(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \\ \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_2, \rho^j_2) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \end{pmatrix}. (6)$$

В конических координатах модель инкапсулирующей гранулы, полученная из (5) и (6), будет выглядеть как

$$G^{Cone}_+(g^i, g^j) = \begin{pmatrix} \min(z^i_1, z^j_1)^3 & \max(z^i_2, z^j_2)^3 & 0 & 0 \\ \dfrac{\max(\rho^i_2, \rho^j_2)}{\max(z^i_2, z^j_2)^2} & \dfrac{\max(\rho^i_2, \rho^j_2)}{\max(z^i_2, z^j_2)^2} & \dfrac{\min(\rho^i_1, \rho^j_1)}{\min(z^i_1, z^j_1)^2} & 0 \\ \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \\ \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \end{pmatrix}. (7)$$

Наконец, для сферических координат модель инкапсулирующей гранулы имеет вид:

$$G^S_+(g^i, g^j) = \begin{pmatrix} \min(\rho^i_2, \rho^j_2) & \max(\rho^i_2, \rho^j_2) & \min(\rho^i_1, \rho^j_1) & 0 \\ \max\left(\cos\left(\theta^i_1\right), \cos\left(\theta^j_2\right)\right) & \min\left(\cos\left(\theta^i_2\right), \cos\left(\theta^j_2\right)\right) & 0 & 0 \\ \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \min(\varphi^i_1, \varphi^j_1)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \\ \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\min(\rho^i_1, \rho^j_1) & \max(\varphi^i_2, \varphi^j_2)\max(\rho^i_2, \rho^j_2) & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Отметим, что принцип алгебраизации множеств значений координат гранулы с помощью грассмановых элементов по индукции распространяется на пространство любой размерности [10]. Введенные модели (3) – (8) для инкапсулирующих гранул в ортогональных системах координат допускают простую и единообразную формулу для вычисления меры на гранулах размерности n в любой системе координат в виде:

$$S(G_+) = \left\| \begin{matrix} \min\left(p^1_{g^i_1}, p^1_{g^j_1}\right) & \dots & \min\left(p^{n+1}_{g^i_1}, p^{n+1}_{g^j_1}\right) & 1 \\ \max\left(p^2_{g^i_1}, p^2_{g^j_1}\right) & \dots & \max\left(p^{n+1}_{g^i_1}, p^{n+1}_{g^j_1}\right) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \min\left(p^{n+1}_{g^i_1}, p^{n+1}_{g^j_1}\right) & \dots & \min\left(p^{n+1}_{g^i_1}, p^{n+1}_{g^j_1}\right) & 1 \end{matrix} \right\|, \quad (9)$$

где $p^1_{g^i_1}$ – значение параметра 1 гранулы g^i_1 и т.д.

Введенные выше модели (3) – (8) для инкапсулирующих гранул в различных системах координат позволяют с помощью (9) получить значение меры на инкапсулирующей грануле для данных произвольной размерности. Эти соотношения могут использоваться для построения систем покрытий n-мерных отношений [10] с целью использования нечетких отношений на инкапсулирующих гранулах, введенных в [8] для решения задач интеллектуального анализа многомерных данных.

Систематизация топологических отношений на грассмановых моделях гранул

В ряде работ, посвященных определению неточных объектов (*vague regions*) [12], [13], [16], [17] (в основном применительно к задачам ГИС), были предложены различные методы построения систем отношений между неточечными и/или неопределенными объектами. Наиболее часто встречаются физические [12] и геометрические [13] подходы к формализации таких отношений. Существует также большое число работ, посвященных абстрактно-математическому подходу к этой задаче, но они, как правило, не дают конструктивных результатов [17].

В ряде работ S. Winter и его коллег вводятся отношения, построенные на использовании мер на неточных объектах, а также на пересечении неточных объектов [13]. Эти отношения решают задачу в случае пересекающихся объектов. Однако использование понятия инкапсулирующей гранулы и связанных с ней отношений позволяет получать топологические отношения и между непересекающимися объектами [11].

Рассмотрим возможные бинарные отношения между двумя гранулами, которые представлены грассмановыми моделями по [10] и инкапсулирующей гранулой по (3) – (8). В соответствии с аксиомами топологии [1] бинарного отношения между декартовыми гранулами g^i и g^j их можно охарактеризовать с помощью подмножеств, представляющих внутренность g_i°, g_j°, границу ∂g_i° и ∂g_j°, а также внешность гранул g_i^- и g_j^-. Тогда все возможные топологические отношения между двумя гранулами g_i и g_j можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} g_i^\circ \cap g_j^\circ & g_i^\circ \cap \partial g_j & g_i^\circ \cap g_j^- \\ \partial g_i \cap g_j^\circ & \partial g_i \cap \partial g_j & \partial g_i \cap g_j^- \\ g_i^- \cap g_j^\circ & g_i^- \cap \partial g_j & g_i^- \cap g_j^- \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Поскольку в наших работах внутренность и границы покрывающих гранул отдельно не рассматриваются, то матрица, характеризующая топологические отношения между гранулами, упростится до вида:

$$\begin{pmatrix} \overline{g_i} \cap \overline{g_j} & \overline{g_i} \cap g_j^- \\ \overline{g_j} \cap g_i^- & g_i^- \cap g_j^- \end{pmatrix}, \tag{11}$$

где $\overline{g_i} = g_i^\circ \cup \partial g_i$, $\overline{g_j} = g_j^\circ \cup \partial g_j$ – регулярные замыкания гранул g_i и g_j – $reg(g_i)$ и $reg(g_j)$ в терминологии [13].

Согласно идеологии ТИГ, принятой в настоящей работе, две произвольные гранулы g_i и g_j можно инкапсулировать одной общей гранулой $G_+\left(g_i, g_j\right)$, являющейся точной верхней гранью для обеих гранул (рис. 1). Тогда внешность g_i^- любой гранулы g_i можно описать с помощью инкапсулирующей гранулы G_+ в виде:

$$g_i^- = G_+ / \overline{g_i} \,. \tag{12}$$

Тогда систему топологических отношений на гранулах можно охарактеризовать матрицей типа (11) в виде:

$$\begin{pmatrix} g_i \cap g_j & g_i \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_j \\ g_j \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_i & G_+\left(g_i, g_j\right)/g_i \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_j \end{pmatrix}, \tag{13}$$

или

$$\begin{pmatrix} g_i \cap g_j & g_i \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_j \\ g_j \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_i & G_+\left(g_i, g_j\right)/(g_i \cup g_j) \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Таким образом, по аналогии с [13] отношения между двумя (возможно, непересекающимися) гранулами g_i и g_j можно описать, в общем случае, всего четырьмя базовыми топологическими объектами

$$g_{i1} \cap g_j,\ g_i \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_j,\ g_j \cap G_+\left(g_i, g_j\right)/g_i,\ G_+\left(g_i, g_j\right)/(g_i \cup g_j)\,. \tag{15}$$

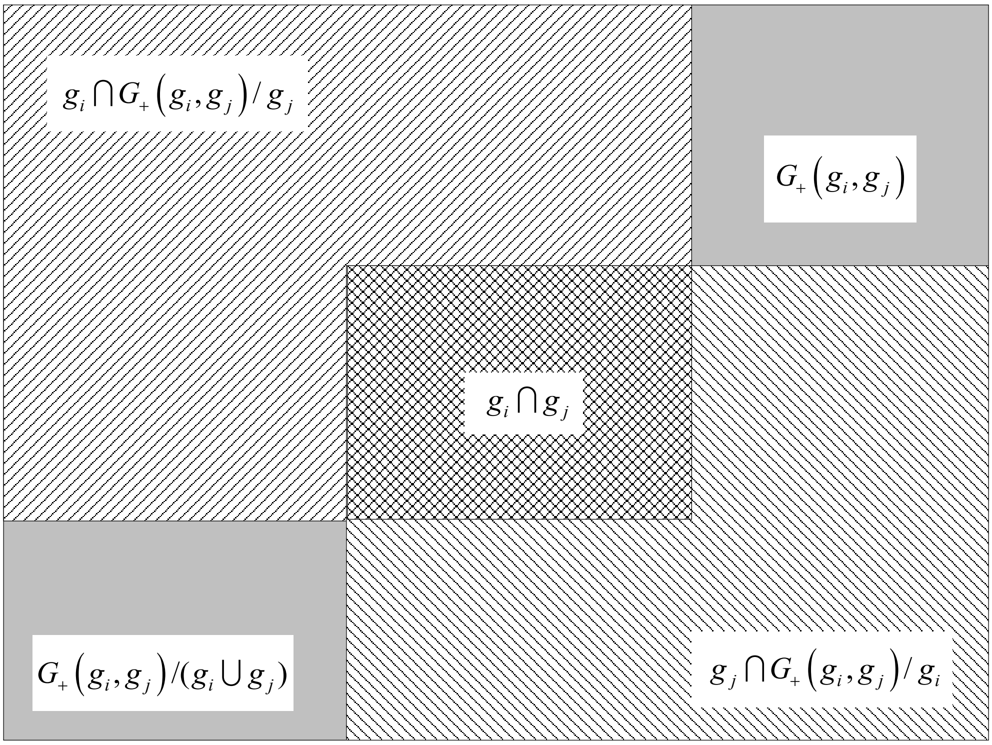


Рисунок 2 – Базовые множества для построения всех возможных топологических отношений на гранулах g_i и g_j

Представление базовых объектов в виде эйлеровых диаграмм для произвольной системы ортогональных координат представлено на рис. 2.

В отличие от результатов, полученных в работе [13], информацию о бинарном отношении на гранулах g_i и g_j несут все четыре меры (11), (12). После анализа всех возможных вариантов получим взаимосвязь топологических характеристик (15) и положения гранул в следующем виде:

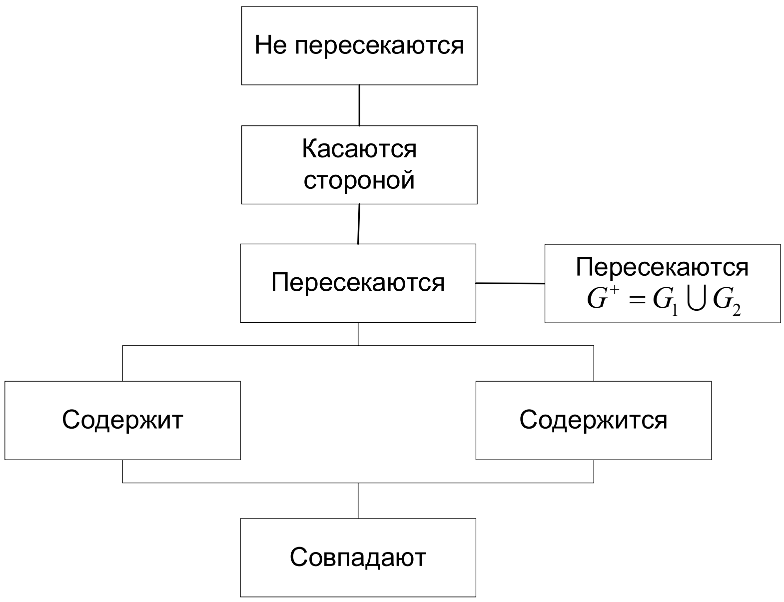


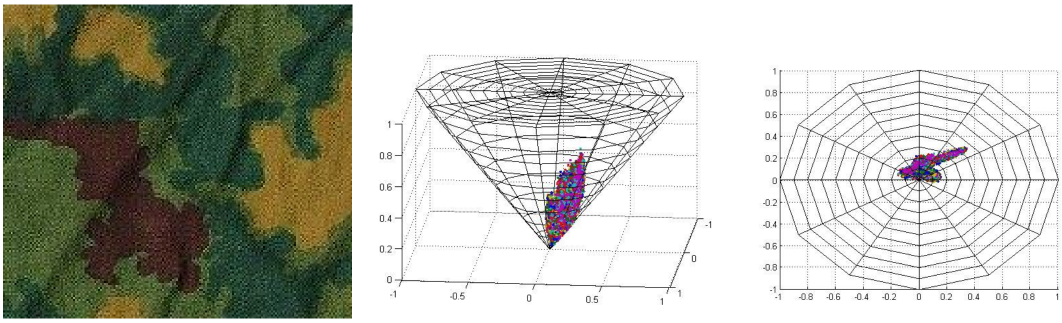
Рисунок 3 – Бинарные топологические отношения на гранулах

Таким образом, вычисляя всего четыре топологических характеристики для трех гранул и используя общую формулу вычисления меры на декартовых гранулах (9), мы можем описывать взаимное положение как пересекающихся, так и непересекающихся гранул. Отметим также, что эти свойства справедливы при произвольной размерности гранул и при использовании отличных от декартовых систем координат [10].

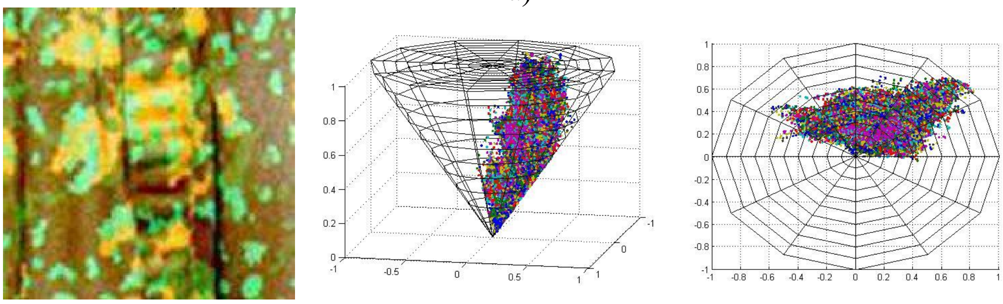
Применение общей модели топологических отношений

В качестве примера использования результатов, полученных в [10] и настоящей работе, представим задачу цветовой сегментации объектов. Для сравнительно однородных по цвету и яркости объектов подобные задачи решались в [4], [16] и ряде других работ. В нашей работе решается задача сегментации неоднородного по цветности и яркости (камуфлированного) объекта. Для этого используются предложенные в [10] модели декартовых гранул в цветовом пространстве. Следующий рисунок изображает образцы камуфляжной окраски и соответствующие цветовые гистограммы в пространстве HSV.

Нами разработаны алгоритмы, основанные на расширенной парадигме мягких вычислений [7], которые в соответствии с идеями настоящей работы выделяют оптимальные покрытия цветовых гистограмм и с помощью введенных отношений позволяют находить гранулы, принадлежащие изображениям камуфлированных объектов.



а)



b)

Рисунок 4 – Цветовые гистограммы изображений вариантов камуфляжной раскраски для разных стран

Выводы

Полученные в работе теоретические результаты позволяют систематизировать топологические отношения между информационными гранулами произвольной размерности в ортогональных системах координат и строить на этой основе простые и типовые алгоритмы интеллектуального анализа многомерных данных (на примере цветных изображений).

Полученные в работе результаты представляют собой реализацию одного из возможных подходов к построению систем искусственного интеллекта, действующих на основе перцептуального подхода (в терминах ТИГ по L. Zadeh).

Дальнейшее развитие этого направления приводит к построению эффективных систем машинного интеллекта, успешно решающих сложные (даже для человека) задачи интеллектуального анализа многомерных данных различной природы, например, данных биологического мониторинга экологической обстановки [10].

Литература

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М. : Наука, 1989. – 544 с.
2. Zilles S.N. Introduction to data algebras / S.N. Zilles // Lect. Notes Comp. Sci. – 1980. – 86. – P. 248-272.
3. Rosenfeld A. Computer Vision and Image Understanding / A. Rosenfeld // Elsevier Science. – 2001. – 84. – P. 298-324.
4. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации / Ю.И. Журавлев // Кибернетика. – 1978. – № 33. – С. 5-68.
5. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / [под ред. Н.Г. Ярушкиной]. – М. : Физматлит, 2007.
6. Butenkov S. Granular Computing in Image Processing and Understanding / S. Butenkov // Proc. IASTED Conf. In Artificial Intelligence and applications «AIA 2004», (Innsbruk (Austria), February 16 – 18). – 2004. – P. 811-816.

7. Zadeh L. Fuzzy sets and Information Granularity / L. Zadeh // Advances in Fuzzy Set Theory and Applications. [M. Gupta, R. Ragade, and R. Yager, Eds]. – Amsterdam, The Netherlands : North-Holland, 1979. – P. 3-18.
8. Zadeh L. Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic / L. Zadeh // Fuzzy Sets Syst. – 1997. – Vol. 90. – P. 111-127.
9. Zadeh L. From Computing with Numbers to Computing with Words – From Manipulation of Measurements to Manipulation of Perceptions. IEEE Trans / L. Zadeh // Circuits and Systems – Fundamental Theory and Applications. – 1999. – Vol. 45, № 1. – P. 105-119.
10. Бутенков С.А. Развитие парадигмы интеллектуального анализа многомерной информации применительно к теории информационной грануляции / С.А. Бутенков // Сб. трудов IV Международного научно-практического семинара «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте», (Коломна, 28 – 30 мая 2007 г.). – 2007. – Т. 1. – С. 188-194.
11. Бутенков С.А. Построение системы нечетких отношений взаимного положения на декартовых гранулах / С.А. Бутенков, В.В. Кривша, С.Х.С. Аль-Доуяни // Сб. трудов Международной научно-технической конференции «Искусственные интеллектуальные системы» (IEEE AIS'06). – Москва : Физматлит, 2006. – Т. 2. – С. 99-105.
12. Matsakis P. A New Way to Represent the Relative Position between Aerial Objects / P. Matsakis, W. Laurent // IEEE Trans. On «Pattern Analysis and Machine Intelligence». – Vol. 21, № 7. – P. 634-643.
13. Winter S. Location-based similarity measures of regions / S. Winter // ISPS Comission IV Symposium «GIS – between Vision and Applications»: [D. Fritch D.Ed]. – Stutgart (Germany). – 1999. – P. 669-676.
14. Бутенков С.А. Математические модели анализа многомерных данных экологического мониторинга на основе теории информационной грануляции / С.А. Бутенков // Искусственный интеллект. – № 3. – 2009. – С. 24-32.
15. Бутенков С.А. Регуляризация представления и обработки плохо структурированных изображений методами гранулированных вычислений / С.А. Бутенков, В.В. Кривша // Сб. трудов Международной научно-технической конференции «Искусственные интеллектуальные системы» (IEEE AIS'04). – Москва : Физматлит, 2004. – Т. 2. – С. 104-113.
16. Sjahputera O. Histogram-Based Scene Matching Measures / [O. Sjahputera, J. Keller, P. Matsakis, P. Gader, J. Marjamaa] // NAFIPS'2000 (North American Fuzzy Information Processing Society), (Atlanta, Georgia, July 2000). – 2000. – P. 392-396.
17. Yao Y. Rough sets, neighborhood systems, and granular computing / Y. Yao //Proc. of the 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, (Edmonton, (Canada), May 9-12, 1999): [Meng, M. (Ed.)], IEEE Press. – P. 1553-1558.
18. Erwig M. Vague Regions / M. Erwig, M. Schneider // 5th Int. Symp. on Advances in Spatial Databases (SSD), LNCS 1262. – 1997. – P. 298-320.
19. Winter S. Location-based similarity measures of regions /S. Winter // ISPS Comission IV Symposium «GIS – between Vision and Applications»: [D. Fritch, Ed]. – Stutgart, Germany, 1999. – P. 669-676.

О.І. Сухинов, В.В. Кривша, С.А. Бутенков

Систематизація топологічних відносин для інтелектуального аналізу багатовимірних даних

У роботі розглядається систематичний підхід до проблеми побудови топологічних відносин між об'єктами, зображенними підмножинами багатовимірних даних в умовах неточності, нечіткості і т.д. Подібні задачі типові для обробки зображень, даних ГІС і т.д.; розвивається алгебраїчний підхід до моделювання таких об'єктів і впроваджуються системи відношення між подібними об'єктами на основі інкапсулюючих гранул. На відміну від раніш отриманих результатів, вживання інкапсулюючих гранул дозволяє будувати повний набір відносин між об'єктами у просторі довільної розмірності. Це дає можливість реалізації концепції м'яких обчислень на множині геометричних об'єктів – обчислення фігурами (за аналогією з обчисленнями словами, впровадженими L. Zadeh).

O.I. Sukhinov, V.V. Kryvsha, S.A. Butenkov

Systematization of Topological Relations for Intellectual Analysis of Multidimensional Data

This paper deals with the full presentation of possible topological binary relations upon the information granules, proposed by L. Zadeh. Compact algebraic models, based on concept of incapsulating granule are proposed and used. As a result, very complicated problem of kamouflaged target detection was discussed and solved on the common theoretical framework.

Статья поступила в редакцию 03.07.2009.